

多支点柔性转子系统临界转速稳健设计方法

洪杰^{1,2}, 蒋黎明¹, 吴法勇^{1,3}, 马艳红^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191;

3. 中国航空发动机集团有限公司 沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

摘 要: 基于响应面法和容差模型提出了定量考虑参数变差影响的转子系统临界转速稳健设计方法。该方法利用响应面模型获得多参数、多目标之间的函数关系,并以多阶临界转速分布为约束条件、以临界转速对支承刚度变差敏感度最低为设计目标。对小涵道比涡扇发动机低压转子系统临界转速稳健设计结果表明:在考虑各支点支承刚度变差情况下,采用多参数、多目标稳健设计方法,可保证多支点柔性转子系统的临界转速特性在满足设计要求的同时,转子系统临界转速对支承刚度变差的敏感度最低,验证了该方法的有效性。

关 键 词: 柔性转子; 临界转速; 稳健设计; 非确定性; 容差模型

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Robust design method for critical speeds of multi-supported and flexible rotor system

HONG Jie^{1,2}, JIANG Liming¹, WU Fayong^{1,3}, MA Yanhong^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China;

3. Shenyang Engine Research Institute,

Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: A method for robust design using response surface method and tolerance model to consider the variation of the influencing factors of the rotor system was proposed. According to this method, response surface methodology was used to obtain the functional relationship between multi-parameters and multi-objectives, while the multi-order critical speed distribution was taken as the constraint condition, and the sensitivity of the critical speed to minimize the variation of the support stiffness was formulated for the design goal. This proposed method was applied to the critical speed distribution design of low-pressure rotor system of a small bypass ratio turbofan engine. In consideration of the variation of each support stiffness, the critical speed distribution of the flexible rotor system meets the given standards. Meanwhile, the sensitivity of the critical speed to the variation of the support stiffness

收稿日期:2018-07-07

基金项目:国家自然科学基金(51575022)

作者简介:洪杰(1965—),男,教授、博士生导师,博士,主要从事航空发动机结构完整性与可靠性、转子动力学研究。

引用格式:洪杰,蒋黎明,吴法勇,等.多支点柔性转子系统临界转速稳健设计方法[J].航空动力学报,2019,34(3):600-607. HONG Jie, JIANG Liming, WU Fayong, et al. Robust design method for critical speeds of multi-supported and flexible rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(3): 600-607.

is lowest, proving that this method is feasible and effective.

Key words: flexible rotor; critical speeds; robust design; non-deterministic; tolerance model

航空燃气轮机中的低压转子系统(或动力涡轮转子)工作于多阶临界转速之上。这致使转子系统各阶临界转速分布的确定成为先进航空发动机转子系统动力学设计的一个新问题^[1-2]。一方面,设计要求各阶临界转速与工作转速范围保持足够的安全裕度以避免发生共振问题,而临界转速受支点位置、支点刚度、轴弯曲刚度和惯性力矩等的影响,因此柔性转子系统动力学特性优化具有多目标、多影响参数的特点;另一方面,影响参数具有非确定性,导致转子系统临界转速具有变差特征,按照确定性方法确定的临界转速,在实际工作中可能会因为影响参数的变差而不满足要求。传统设计方法通过安全裕度定性考虑影响参数变差的影响,由于未针对具体结构和载荷环境等的变差进行定量分析,导致设计结果过于保守或安全性不足。

本文提出一种定量考虑影响参数变差的临界转速稳健设计方法。该方法考虑了多阶临界转速分布和多个影响参数,不仅有效降低动力特性参数对影响参数变化的敏感性,并在考虑支承刚度最大变差的情况下,使各阶临界转速始终具有足够的安全裕度,从而可抑制由于振动响应过大所引起的转静件碰摩、封严结构失效甚至转子疲劳破坏等故障^[3]。

自 20 世纪 80 年代以来,诸多学者尝试通过优化方法解决复杂转子系统的动力学设计问题。早期的 Shiau 和 Lin 等人结合动力学方程,采用修正可行性方向法和序列二次规划法等优化方法对转子系统质量、临界转速分布等动力特性进行了优化^[4-5]。近年来, Kim 和 Zhong 等人针对更严苛的设计要求和更全面的动力学优化目标,采用多参数、多目标的优化方法改善了转子的动力特性^[6-7]。虽然转子动力学优化方法不断完善成熟,但已有的方法中鲜有文献定量考虑结构力学特征参数的变差,不能准确考虑结构力学特征参数分散性对动力特性的影响程度。在工程应用中,解决非确定性设计问题的常用方法是稳健设计方法,即通过对转子系统力学特征参数进行寻优,降低参数变差对转子动力特性影响的敏感度,从而提高转子系统动力特性的稳健性。

稳健设计方法^[8-9]发展至今在航空领域中已有大量的应用实例,在气动设计、制造工艺改进、发动机结构强度优化和叶片气动外形优化等方面的工作中取得十分显著的效果^[10-12]。稳健设计方法以低敏感度设计为目标,获得多参数问题的最优解^[13],可以实现转子动力学特性对支承刚度变差的敏感度最低,从而缓解由支承刚度在工作过程中变化导致临界转速变化而引起的振动问题。由于容差模型无需获得参数变差的具体分布特征,而广泛应用于处理工程稳健设计中影响参数具有非不确定性分布的情况^[8,14-17]。

上述文献表明,针对转子系统动力学特性的优化方法已经较为成熟,但以确定性分析方法为主,缺少对参数变差的定量考虑。虽然稳健设计方法广泛用于处理参数具有变差的情况,但在目前鲜有文献将其用于转子动力特性优化设计中。因此,本文针对工程设计中柔性转子复杂的动力学问题,将稳健设计和容差模型结合,建立柔性转子固有振动特性稳健设计方法,解决涉及多个参数存在变差的柔性转子动力学优化设计问题。

1 容差模型方法

容差模型方法^[15]中参数变差导致约束函数具有变差,形成新的可行域,称为稳健可行域,其数学表述为

$$\begin{cases} \min & \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}); \\ \text{s. t.} & g_j^*(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = g_j(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) + \Delta g_j(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) \leq 0 \\ & (j = 1, 2, \dots, t); \\ & \mathbf{X}^- \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}^+; \mathbf{Z}^- \leq \mathbf{Z} \leq \mathbf{Z}^+; \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{X} = [x_1, \dots, x_n]^T$ 为设计参数, n 为设计参数个数; $\mathbf{Z} = [z_1, \dots, z_p]^T$ 为载荷环境参数, p 为载荷环境参数个数; $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = [f_1(\mathbf{X}, \mathbf{Z}), \dots, f_m(\mathbf{X}, \mathbf{Z})]^T$ 为目标函数, m 为目标函数个数; $g_j(\mathbf{X}, \mathbf{Z})$ 为第 j 个约束函数, t 为约束函数的个数; $\Delta g_j(\mathbf{X}, \mathbf{Z})$ 为约束函数变差; $g_j^*(\mathbf{X}, \mathbf{Z})$ 为考虑约束变差后的约束函数, 上标 $-$ 和 $+$ 分别表示参数的上限和下限。

某个设计参数的名义值为 x_i^c , 由于加工或使用环境的影响而产生随机变差 δx_i , 采用其绝对

值 $|\delta x_i|$ 的最大值 Δx_i 作为 x_i 分布区间半径,则有

$$x_i = (x_i^c + \delta x_i) \in [x_i^c - \Delta x_i, x_i^c + \Delta x_i] \quad (2)$$

式中 Δx_i 也称为最坏情况容差,简称为设计参数容差。

约束函数变差 $\Delta g_j(\mathbf{X}, \mathbf{Z})$ 可取为约束函数在参数名义值处的泰勒展开^[15],并忽略3阶小量为

$$\begin{aligned} \Delta g_j(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = & \sum_{i,h=1}^{n,p} \left(\left| \frac{\partial g_j}{\partial x_i} \Delta x_i \right| + \left| \frac{\partial g_j}{\partial z_h} \Delta z_h \right| \right) + \\ & \frac{1}{2} \cdot \sum_{i,h=1}^{n,p} \sum_{i,h=1}^{n,p} \left(\left| \frac{\partial^2 g_j}{\partial x_i \partial x_i} \Delta x_i \Delta x_i \right| + \right. \\ & \left. \left| \frac{\partial^2 g_j}{\partial z_h \partial z_h} \Delta z_h \Delta z_h \right| + \left| \frac{\partial^2 g_j}{\partial x_i \partial z_h} \Delta x_i \Delta z_h \right| \right) + \\ & R_{j,3}(x, z) \end{aligned} \quad (3)$$

式中 Δx_i 和 Δz_h 为设计参数和载荷环境参数的容差, $R_{j,3}(x, z) = o(x^3, z^3)$ 表示2阶以上的余项。由于 $\Delta g_j(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) \geq 0$,考虑约束变差后的可行域总是具有缩小的趋势,如图1所示。图1为包括两设计参数、两约束边界条件的容差模型最优解示意图。图中两条虚线分别代表不考虑变差时的约束边界,其交点A称为一般最优解。考虑参数变差时,约束边界由两条虚线分别移动至两条实线,对应的最优解为B点,称为稳健最优解。

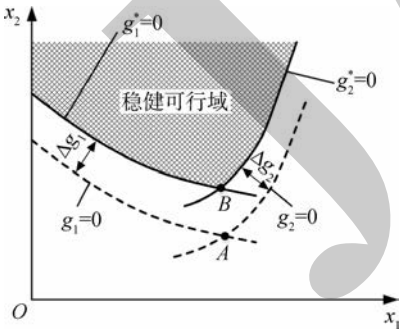


图1 容差模型最优解示意图

Fig. 1 Optimal points of tolerance model

式(3)还表明约束变差与参数容差之间并非简单的线性关系,因此相同的参数容差在不同的名义值处对设计结果的影响可能不同,而定性分析方法难以准确预测多个参数变差对设计结果的综合影响。

2 柔性转子系统动力特性稳健设计

2.1 结构特征

航空发动机中典型的低压转子结构如图2所

示。低压转子结构系统为多支点、大跨度、细长轴,质量和转动惯量在转子轴向分布不均的结构力学特征。高气动负荷设计要求导致转子系统工作在多阶临界转速之上,即转子在起动或停车过程中经过多阶临界转速,称为柔性转子系统。



图2 航空发动机典型低压柔性转子结构(单位:mm)

Fig. 2 Typical low pressure flexible rotor of aero-engine (unit:mm)

2.2 动力学特性

以图2所示柔性转子系统为例,其等效简化后可抽象为盘-轴-支承系统力学模型,如图3所示,图中 X_d 为轮盘的轴向位置, X_c 为连接结构的轴向位置, R 为轮盘半径, M_d 为轮盘质量, k 为刚度, c 为阻尼系数, X_k 为支点的轴向位置, e 为偏心距, O_m 为轮盘的质量中心, O_v 为轮盘的几何中心。在外载荷激励下的振动方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + (\mathbf{G} + \mathbf{C})\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{p}(T) \quad (4)$$

式中 $\mathbf{X}$ 为位移响应, $\dot{\mathbf{X}}$ 为相应的速度, $\ddot{\mathbf{X}}$ 为相应的加速度, $\mathbf{M}$ 为质量矩阵, $\mathbf{G}$ 为陀螺力矩矩阵, $\mathbf{C}$ 为阻尼矩阵, $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵, $\mathbf{p}(T)$ 为激振力。

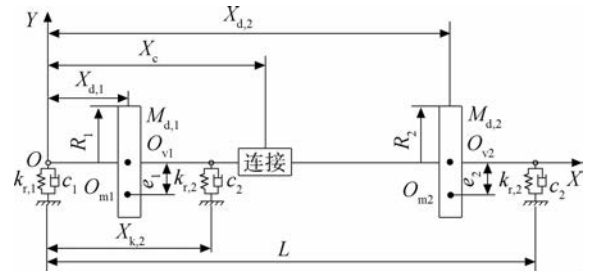


图3 多支点柔性转子系统力学模型示意图

Fig. 3 Model of multi-support flexible rotor system

由于加工和装配、工作环境的影响, $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{G}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{p}(T)$ 均为区间分布,以 $\mathbf{K}$ 为例可通过容差表示为

$$\begin{cases} \mathbf{K} = [k_i] & (i = 1, 2, \dots, n) \\ k_i = (k_i^c + \delta k_i) \in [k_i^c - \Delta k_i, k_i^c + \Delta k_i] \end{cases} \quad (5)$$

式中 k_i^c 为刚度的名义值。

因此,式(4)所解得共振频率 $f_{cr,q}(k, M, c)$ 和响应特性 $\mathbf{X}(k, M, c, \mathbf{p}(T))$ 也为区间分布。以共

振频率为例, $f_{cr,q}(k, M, c)$ 是 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 的函数, 表示成容差为

$$f_{cr,q}(k, M, c) = f_{cr,q}(k + \delta k, M + \delta M, c + \delta c) = f_{cr,q}(k, M, c) + \delta f_{cr,q}(k, M, c) \in [f_{cr,q} - \delta f_{cr,q}, f_{cr,q} + \delta f_{cr,q}] \quad (6)$$

本文采用有限元软件对临界转速进行求解, 并通过响应面法^[8,18]获得临界转速与影响参数之间的近似函数关系以表示式(6), 称为代理模型。

2.3 稳健设计流程

基于容差模型、响应面法和有限元方法对转子动力特性进行稳健设计的流程如图4所示。

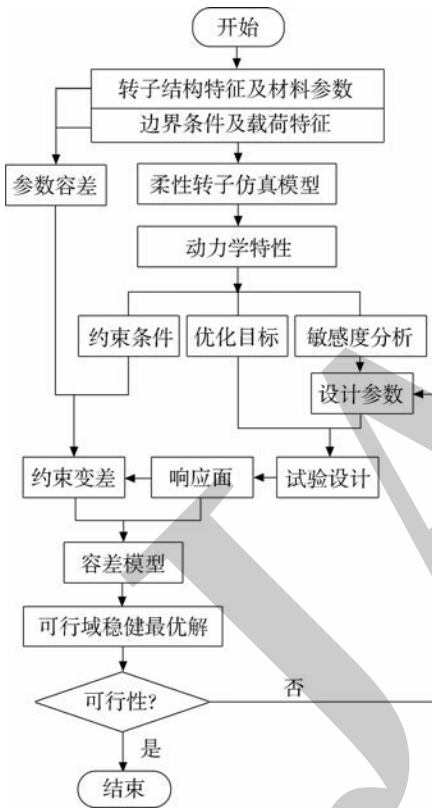


图4 基于容差模型的稳健设计流程

Fig. 4 Process of robust design based on tolerance model

下面以转子系统临界转速特性稳健设计为例, 对该方法的关键内容进行解释。

2.3.1 设计参数筛选

对于转子系统, 不同的支承刚度和轴弯曲刚度都会引起动力特性的变化, 两者的相对大小是主要影响参数^[1]。本文采用当量支承刚度系数表征支承刚度和轴弯曲刚度的相对大小, 其定义为支承刚度和支点处转子的等效刚度^[19]的比值

$$k_{r,i} = \frac{k_i}{k_{d,i}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (7)$$

式中 k_i 为第 i 号支点的支承刚度, $k_{d,i}$ 为支点处转子的等效刚度。等效刚度是指在其他支点为刚性支承约束条件下, 某一支点处发生单位横向位移所需要施加的横向力。

本文采用敏感度分析对设计参数进行筛选, 其中第 q 阶临界转速对第 i 号支点当量刚度系数的相对敏感度 $s_{i,q}^r$ 为

$$s_{i,q}^r = \left| \frac{\Delta f_q(k_{r,1}, k_{r,2}, \dots, k_{r,n}) / f_q}{\Delta k_{r,i} / k_{r,i}} \right| = \left| \frac{k_i \Delta f_q(k_{r,1}, k_{r,2}, \dots, k_{r,n})}{f_q \Delta k_{r,i}} \right| \quad (i = 1, 2, \dots, n; q = 1, 2, \dots, Q) \quad (8)$$

式中 Q 为临界转速阶数, n 为支点个数。 $s_{i,q}^r$ 值越大, 支点当量刚度系数变差对临界转速特性的影响越大。一般选择敏感度大的支点刚度作为设计参数, 以此缩减设计参数, 提高效率。

2.3.2 设计参数容差

由于材料性能分散、加工装配误差、环境变化等原因, 支点刚度为区间分布, 可表示为

$$k_r \in k_r^i = [k_r^-, k_r^+] = [k_r^c - \Delta k_r, k_r^c + \Delta k_r] = k_r^c + \Delta k_r \Delta^i \quad (9)$$

式中 $k_r^c = \frac{k_r^+ + k_r^-}{2}$ 称为区间中点或中值, 通常为支承刚度的设计值, 也称为名义值; $\Delta k_r = \frac{k_r^+ - k_r^-}{2}$ 为区间半径; $\Delta^i = [-1, 1]$ 为标准化区间。

为方便处理数据, 对设计参数进行线性变换将设计区间转化为标准化区间, 即

$$x_i = \frac{k_{r,i} - k_{r,i}^c}{\Delta k_{r,i}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (10)$$

2.3.3 约束条件

共振频率 f_{cr} 与临界转速 n_{cr} (单位: r/min) 之间的关系为

$$n_{cr}(k, c, M) = f_{cr}(k, c, M) \times 60 \quad (11)$$

转子系统的临界转速分布是柔性转子系统动力特性优化的重要目标, 须保证临界转速分布在工作转速范围以外, 且具有足够的裕度。本文以安全裕度作为动力特性优化的约束条件, 其表示临界转速相对于工作转速的远近, 衡量了转子系统相对振动大小, 临界转速安全裕度用 S 表示

$$S = \left| \frac{n_{cr,i}(k, c, M) - n_{0j}}{n_{0j}} \times 100\% \right| \geq S_0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, t) \quad (12)$$

式中 $n_{cr,i}$ 表示临界转速, n_{0j} 表示临近稳定工作状态下的转速, S_0 为给定的安全裕度, 一般要求大

于 20%^[3]。安全裕度定性考虑了靠近临界转速时转子的响应特性,以及由非确定性因素导致的计算误差,但其仅定性地考虑变差的影响而不具有精确性和针对性。

由于设计参数容差对设计结果有影响,将设计参数容差考虑到约束边界变差中以构造容差模型。对约束边界变差影响较大的参数主要是支承刚度容差。根据式(3)知约束条件变差可取为

$$\Delta g_j(k_r) \approx \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial g_j}{\partial k_{r,i}} \Delta k_{r,i} \right| + \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial^2 g_j}{\partial k_{r,i} \partial k_{r,i}} \Delta k_{r,i} \Delta k_{r,i} \right| \quad (13)$$

应用算例中给出了一种实用的无量纲方法。

考虑约束变差后新的约束函数为

$$g_j^*(k_r) = g_j(k_r) + \Delta g_j(k_r) \leqslant 0$$
$$(j = 1, 2, 3, \cdots, t) \quad (14)$$

2.3.4 目标函数

采用敏感度参数定量评估参数容差对临界转速特性变差的影响程度,其中第 q 阶共振频率对第 i 号支点支承刚度的敏感度 $s_{i,q}$ 的表达式为

$$s_{i,q} = \left| \frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{cr},q}(k_{r,1}, k_{r,2}, \cdots, k_{r,n})}{\mathrm{d}k_{r,i}} \right| \approx \left| \frac{\Delta f_{\mathrm{cr},q}(k_{r,1}, k_{r,2}, \cdots, k_{r,n})}{\Delta k_{r,i}} \right|$$
$$(i = 1, 2, \cdots, n; q = 1, 2, \cdots, Q) \quad (15)$$

式中 n 和 Q 分别为支点数目和共振频率数目。

综合考虑多阶临界转速和多个支承刚度,通过加权平方根方法定义名义敏感度以化为单一优化目标,即

$$s^* = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q \beta_{i,q} s_{i,q}^2(k_r)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^Q \beta_{i,q} \left[\frac{\partial f_{\mathrm{cr},q}(k_r)}{\partial k_{r,i}} \right]^2} \quad (16)$$

式中 $\beta_{i,q}$ 临界转速权重系数,其值与临界转速重要程度相关,可根据临界转速的危害程度确定。

3 应用算例

对于图 2 中低压柔性转子结构,其支承刚度见表 1。其慢车转速、巡航转速和最大转速分别为 4753、9386、11268 r/min,安全裕度取 20%,根据式(12)可得共振频率的分布要求,如表 2 所示。表 2 给出了原始设计结果,第 2、3 阶临界转速不满足要求,动力特性较差。

第 2、3 阶临界转速对应弯曲振型,对转子安全运转危害较大,本节通过所提出的方法调整支

承刚度对其进行稳健设计,建立容差模型为

$$\begin{cases} \min s^*(k_r) = \left[\sum_{i=1}^3 \sum_{q=2}^3 \beta_{i,q} \left(\frac{\partial f_{\mathrm{cr},q}}{\partial k_{r,i}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \text{s. t.} \\ g^* = \begin{bmatrix} g_1 + \Delta g_1 \\ g_2 + \Delta g_2 \\ g_3 + \Delta g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 95.1 - f_{\mathrm{cr},2} + \Delta f_{\mathrm{cr},2} \\ f_{\mathrm{cr},2} - 125.2 + \Delta f_{\mathrm{cr},2} \\ 225.4 - f_{\mathrm{cr},3} + \Delta f_{\mathrm{cr},3} \end{bmatrix} \leqslant 0 \\ k_r^- \leqslant k_r \leqslant k_r^+ \end{cases} \quad (17)$$

式中 $f_{\mathrm{cr},q}(q=2,3)$ 表示第 2、3 阶共振频率,由于其均为重要优化目标,临界转速权重系数 $\beta_{i,q}$ 均取为 1。

表 1 低压转子支承刚度原始值和支承等效刚度

Table 1 Original stiffness and equivalent stiffness of low pressure rotor support

支点 序号	刚度原始值/ 10 ⁷ (N/m)	等效刚度/ 10 ⁷ (N/m)
1	1.3	1.5
2	7.7	1.7
3	1.3	1.7

表 2 低压转子各阶临界转速原始设计及分布要求

Table 2 Critical speeds of original design and distribution standards of low pressure rotor

共振频率 阶数	临界转速 原始值/Hz	合理临界 转速区间/Hz
1	54.3	≤63.4
2	93.4	95.1~125.2
3	188.4	≥225.4

3.1 支承刚度筛选

为获得临界转速对支承刚度变化的敏感度,给定支点当量刚度的容差 $\frac{\Delta k_r}{k_r} = 1$ 计算临界转速变化量,根据式(8)可得临界转速对支点当量刚度的敏感度,如表 3 所示,转子系统的第 2、3 阶临界转速对 1 号支点和 2 号支点的支承刚度的变化更为敏感,因此选择 1 号和 2 号支点的当量刚度 $k_{r,1}$ 和 $k_{r,2}$ 作为设计参数。

由于 1 号支点采用滚棒轴承,当量刚度系数名义值设计范围取为 1~5,2 号支点采用滚球轴承,当量刚度系数名义值设计范围取为 1~11.5。当量刚度系数的容差按照加工误差和使用环境情

表 3 临界转速对支承刚度敏感度

Table 3 Sensitivity of critical speeds to support stiffness

当量刚度	相对敏感度	
	第 2 阶临界转速	第 3 阶临界转速
1 号	0.007	8.9×10^{-5}
2 号	0.160	0.361
3 号	4.9×10^{-4}	0

况取为名义值的 5%，即当量刚度系数的名义值设计范围和容差为

$$\{k_{r,1}^c, k_{r,2}^c; 1 \leq k_{r,1}^c \leq 5, 1 \leq k_{r,2}^c \leq 11.5\}$$

(18)

和

$$\begin{cases} \Delta k_{r,1} = 0.05k_{r,1}^c \\ \Delta k_{r,2} = 0.05k_{r,2}^c \end{cases}$$

(19)

对于式(18)、式(19)，根据式(10)转化成标准区间为

$$\{x_1^c, x_2^c; -1 \leq x_1^c \leq 1, -1 \leq x_2^c \leq 1\}$$

(20)

和

$$\begin{cases} \Delta x_1 = 0.05 \times \frac{1}{4} \times (2x_1^c + 3) \\ \Delta x_2 = 0.05 \times \frac{1}{10.5} \times (5.25x_2^c + 6.25) \end{cases}$$

(21)

3.2 代理模型

3.2.1 试验设计

采用三水平八边形等径设计试验方案^[8]，由有限元仿真计算得到试验数据，如表 4 所示。

表 4 等径试验设计和试验结果

Table 4 Experiment design based on equal diameter method and results

仿真 序号	编码变量		仿真试验结果	
	x_1	x_2	第 2 阶 共振频率	第 3 阶 共振频率
			$f_{cr,2}/\text{Hz}$	$f_{cr,3}/\text{Hz}$
1	-0.714	0.714	64.05	143.77
2	-0.714	-0.714	98.78	169.20
3	0.714	0.714	121.04	196.78
4	0.714	-0.714	135.10	208.14
5	0	0	147.40	222.29
6	-1	0	157.58	233.95
7	1	0	144.89	201.88
8	0	-1	119.90	184.89
9	0	1	137.32	241.33

3.2.2 响应面模型

根据表 4 中仿真试验数据，可求得临界转速与变量之间的 2 阶响应面函数^[8]为

$$f_{cr,2} = 131.645 + 21.692x_1 + 8.018x_2 - 9.097x_1^2 - 2.363x_2^2 + 2.847x_1x_2$$

(22)

$$f_{cr,3} = 214.613 - 9.191x_1 + 28.328x_2 - 4.88x_1^2 - 1.422x_2^2 + 4.989x_1x_2$$

(23)

所得响应面的复相关系数^[20]分别为 99.42% 和 95.61%，这说明所得的响应面模型可较为准确地表达响应量与设计变量之间的关系。

3.3 最优解分析

容差模型的寻优可通过图 5 实现，其中稳健可行域为定量考虑支承刚度容差后仍然满足临界转速分布要求的点所组成的区域。按照名义敏感度最小的目标进行寻优可知，B 点为稳健最优解，且当支承刚度产生 5% 的波动时，其仍为可行的最优解。为了说明容差模型定量考虑了支承刚度容差对设计结果的影响，图中 A 点为确定性优化设计方法，即不考虑支承刚度容差时所获得的一般最优解，显然支承刚度具有变差时其不再满足约束边界条件。

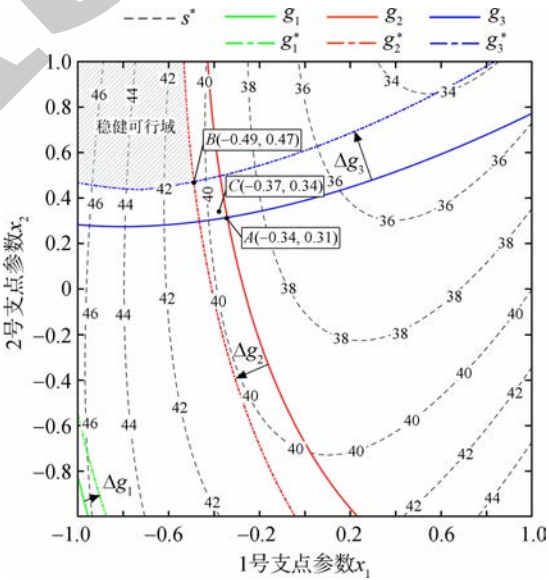


图 5 容差模型稳健可行域和最优解

Fig. 5 Feasible sets and optimal points of tolerance model

一般最优解 A 点和稳健最优解 B 点对应的参数坐标分别为 (-0.34, 0.31) 和 (-0.49, 0.47)，相对变化量为 (44.1%，51.6%)，这表明考虑支承刚度具有 5% 的波动所导致的边界条件变化后，寻优得到的稳健最优解相比确定性优化方法所得一般最优解的相对变化高于 40%。因此，

由于临界转速与支承刚度之间的非线性关系,通过将一般最优解 A 点在两个参数方向分别向可行域内移动 5%(得到的设计点为 C 点)来考虑支承刚度容差的方法很可能无法保证设计点始终满足要求。

按照稳健设计所得当量刚度组合求得转子系统的临界转速分布,如表 5 所示,优化设计最优解 A 点和 B 点均满足设计要求,且相应的名义敏感度相比原始设计分别降低 16%和 13%,实现了优化目标。

表 5 柔性转子临界转速分布对比

Table 5 Comparison of critical speeds of flexible rotor

项目	临界转速/Hz			名义 敏感度
	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶	
原始设计	54.3	93.4	188.4	46.6
优化 A 点	54.4	125.2	225.4	39.2
设计 B 点	54.5	121.4	229.8	40.6
设计要求	≤63.4	95.1~125.2	≥225.4	

4 结 论

1) 本文基于容差模型提出了多支点柔性转子系统临界转速稳健设计方法并建立分析流程。该方法不仅可用于多参数和多设计目标优化,还可定量考虑支承刚度容差的影响,并且能够实现设计目标对影响参数的敏感度最低。

2) 通过所提出的方法对算例中的低压转子进行稳健设计结果表明,考虑支承刚度具有 5%的容差时,该方法所得稳健最优解始终满足安全裕度要求,且对比确定性优化方法所得一般最优解的相对误差达到 40%,验证了方法的有效性和实用性。

3) 该方法结合有限元计算和响应面法获得设计目标与影响参数之间的近似函数关系,以此建立容差模型,在满足精度要求的同时可实现较高的设计效率。

4) 工程应用中,对于设计参数分散度不可缩小的情况,以降低敏感度为目标来控制设计目标的分散范围,可有效地优化设计结果。

本文所提出的转子系统动力特性稳健设计方法,虽以临界转速特性优化为例,也可用于转子系统响应特性分析,如轴承动载荷计算分析等。此外,该方法不仅可用于处理多个设计参数具有变

差的情况,还可用于考虑不可控的环境参数的变差的影响。

参考文献:

[1] 张大义,马艳红,梁智超,等. 整机结构设计的评估方法:结构效率[J]. 航空动力学报,2010,25(10):2170-2176.
ZHANG Dayi, MA Yanhong, LIANG Zhichao, et al. Evaluation method on whole engine structural design: structural efficiency[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(10):2170-2176. (in Chinese)

[2] 史亚杰,王孝利,洪杰,等. 柔性转子动力学特性研究[J]. 航空发动机,2005,31(1):14-17.
SHI Yajie, WANG Xiaoli, HONG Jie, et al. Investigation of dynamic characteristics of flexible rotor system[J]. Aeroengine, 2005, 31(1):14-17. (in Chinese)

[3] 洪杰,马艳红,张大义. 航空燃气轮机总体结构设计与动力学分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2014:433-448.

[4] SHIAU T N, HWANG J L. Minimum weight design of a rotor bearing system with multiple frequency constraints[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1988, 110(4):592-599.

[5] LIN Yihhwang, LIN Shengcheng. Optimal weight design of rotor systems with oil-film bearings subjected to frequency constraints[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2001, 37(10):777-798.

[6] KIM Y H, TAN A, YANG B S, et al. Optimum shape design of rotating shaft by ESO method[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2007, 21(7):1039-1047.

[7] ZHONG Wan, PALAZZOLO A. Magnetic bearing rotor dynamic system optimization using multi-objective genetic algorithms[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2015, 137(2):021012. 1-021012. 12.

[8] 陈立周. 稳健设计[M]. 北京:机械工业出版社,2000:130-230.

[9] CARIAPA V. Taguchi on robust technology development[J]. Journal of Pressure Vessel Technol, 1993, 115(3):336-337.

[10] ONG Y S, NAIR P B, LUM K. Max-min surrogate-assisted evolutionary algorithm for robust design[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(4):392-404.

[11] 韩金全,万敏,陈雪梅,等. 飞机复杂蒙皮拉形工艺参数优化设计[J]. 塑性工程学报,2009,16(6):96-101.
HAN Jinquan, WAN Min, CHEN Xuemei, et al. Optimization of process parameters in stretch forming of aircraft complex skin[J]. Journal of Plasticity Engineering, 2009, 16(6):96-101. (in Chinese)

[12] 彭茂林,杨自春,曹跃云,等. 涡轮叶片低周疲劳可靠性稳健设计优化研究[J]. 中国电机工程学报,2013,33(11):104-111.
PENG Maolin, YANG Zichun, CAO Yueyun, et al. Research on low cycle fatigue reliability-based robust design

optimization of turbine blade[J]. Proceedings of the CSEE, 2013,33(11):104-111. (in Chinese)

[13] GUNAWAN S, AZARM S. Multi-objective robust optimization using a sensitivity region concept[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, 29(1): 50-60.

[14] MICHAEL W, SIDDALL J N. The optimization problem with optimal tolerance assignment and full acceptance[J]. Journal of Mechanical Design, 1981, 103(4): 842-848.

[15] PARKINSON A, SORENSEN C, POURHASSAN N. A general approach for robust optimal design[J]. Journal of Mechanical Design, 1993, 115(1): 74-80.

[16] BATES R A, WYNN H P. Tolerancing and optimization for model-based robust engineering design[J]. Quality and Reliability Engineering International, 1996, 12: 119-127.

[17] PARKINSON A. Robust mechanical design using engineering models[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1995, 117(1): 48-54.

[18] 彭茂林, 杨自春, 曹跃云, 等. 基于响应面法的可靠性稳健设计优化[J]. 航空动力学报, 2013, 28(8): 1784-1790.

PENG Maolin, YANG Zichun, CAO Yueyun, et al. Reliability robust design optimization based on response surface method[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(8): 1784-1790. (in Chinese)

[19] 马艳红, 曹冲, 李鑫, 等. 航空发动机承力系统结构效率评估方法[J]. 航空动力学报, 2016, 31(2): 274-281.

MA Yanhong, CAO Chong, LI Xin, et al. Assessment method of structural efficiency on bearing system in aero-engine [J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(2): 274-281. (in Chinese)

[20] 隋允康, 宇慧平. 响应面方法的改进及其对工程优化的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 12-14.

(编辑: 陈 越)